



KATEDRA  
INFORMATIKY

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Paradigmata programování 1

# 1 Symbolické výrazy

Michal Krupka

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka
- 3 Symbolické výrazy
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů
- 5 Logické hodnoty a predikáty
- 6 Speciální operátory

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka**
- 3 Symbolické výrazy
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů
- 5 Logické hodnoty a predikáty
- 6 Speciální operátory

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka
- 3 Symbolické výrazy**
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů
- 5 Logické hodnoty a predikáty
- 6 Speciální operátory

# Symbolické výrazy

# Symbolické výrazy

Symbolický výraz (expression) je

- jednoduchý výraz, neboli *atom*, nebo
- složený výraz, neboli *seznam*.

# Symbolické výrazy

Symbolický výraz (expression) je

- jednoduchý výraz, neboli *atom*, nebo
- složený výraz, neboli *seznam*.

Jednoduchý výraz (atom) je

- číslo nebo
- symbol nebo
- ...

# Symbolické výrazy

Symbolický výraz (expression) je

- jednoduchý výraz, neboli *atom*, nebo
- složený výraz, neboli *seznam*.

Jednoduchý výraz (atom) je

- číslo nebo
- symbol nebo
- ...

**Číslo:** 10, -5, 2/3, 0.0, 0.4999999999999999D0, 1.2246063538223773D-16, #C(0.0 1.0).

**Symbol:** pi, r, a1, sqrt, +, /, 1+1.



## Symbolické výrazy

Složený výraz, seznam je posloupnost jednoho nebo více výrazů. Těmto výrazům říkáme prvky složeného výrazu (seznamu) Jsou odděleny mezerami nebo jinými prázdnými znaky. Složený výraz začíná levou a končí pravou kulatou závorkou.

## Symbolické výrazy

**Složený výraz, seznam** je posloupnost jednoho nebo více výrazů. Těmto výrazům říkáme **prvky složeného výrazu (seznamu)** Jsou odděleny mezerami nebo jinými prázdnými znaky. Složený výraz začíná levou a končí pravou kulatou závorkou.

Příklady složených výrazů:

- `(+ 1 2)`
- `(+)`
- `(1 2 3)`
- `(1 + 2 + 3)`
- `(* (sin (/ pi 4))  
      (sin (/ pi 4)))`

# Symbolické výrazy

Toto **nej**sou symbolické výrazy:

- )
- (+ (- 10 11))
- ah oj

## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

Například výraz

$$\frac{5 - 3}{5 + 3}$$

## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

Například výraz

$$\frac{5 - 3}{5 + 3}$$

je **podíl**:

( / )

## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

Například výraz

$$\frac{5 - 3}{5 + 3}$$

je **podíl** rozdílů:

( / ( - 5 3 ) )

## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

Například výraz

$$\frac{5 - 3}{5 + 3}$$

je **podíl** **rozdílu** a **součtu**:

```
(/ (- 5 3) (+ 5 3))
```



## Vytváření složených výrazů

První symbol v seznamu označuje **název** výrazu (např. matematického: součet, rozdíl, součin, podíl). Označuje tedy **poslední** operaci prováděnou ve výpočtu.

Například výraz

$$\frac{5 - 3}{5 + 3}$$

je **podíl** **rozdílu** a **součtu**:

```
(/ (- 5 3) (+ 5 3))
```

Pro přehlednost:

```
(/ (- 5 3)  
  (+ 5 3))
```

# Vytváření symbolických výrazů

Výraz

$$\sin\left(\frac{5-3}{5+3} \cdot \pi\right)$$

## Vytváření symbolických výrazů

Výraz

$$\sin\left(\frac{5-3}{5+3} \cdot \pi\right)$$

je **sinus**:

(sin  
)

# Vytváření symbolických výrazů

Výraz

$$\sin\left(\frac{5-3}{5+3} \cdot \pi\right)$$

je **sinus** součinu:

```
(sin (*  
      ))
```

## Vytváření symbolických výrazů

Výraz

$$\sin\left(\frac{5-3}{5+3} \cdot \pi\right)$$

je **sinus** součinu **dříve uvedeného podílu**:

```
(sin (* (/ (- 5 3) (+ 5 3)))
```

## Vytváření symbolických výrazů

Výraz

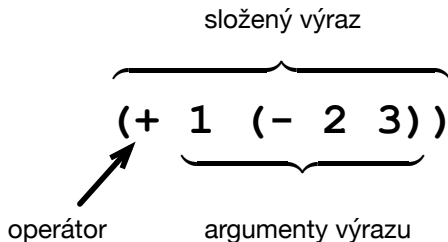
$$\sin\left(\frac{5-3}{5+3} \cdot \pi\right)$$

je **sinus** součinu **dříve uvedeného podílu** a **čísla  $\pi$** :

```
(sin (* (/ (- 5 3) (+ 5 3))  
        pi))
```

# Terminologie pro složené výrazy (seznamy)

## Terminologie pro složené výrazy (seznamy)



**Operátor:** co se má udělat

**Argumenty výrazu:** s čím se to má udělat

(Tedy: „sečti číslo 1 a rozdíl čísel 2 a 3“)



## Prefixová notace

Lisp důsledně používá tzv. **prefixovou notaci**: operátor je vždy uveden *před* ostatními výrazy. To je velké zjednodušení proti ostatním programovacím jazykům i matematice:

## Prefixová notace

Lisp důsledně používá tzv. **prefixovou notaci**: operátor je vždy uveden *před* ostatními výrazy. To je velké zjednodušení proti ostatním programovacím jazykům i matematice:

**prefix:**  $\sin x$ ,  $-5$

**infix:**  $x + y \cdot z - 3$ , operátory  $+$ ,  $\cdot$ ,  $-$  jsou uprostřed (komplikace: přednost operací)

**postfix:**  $10!$ , operátor  $!$  je na konci

**a další:**  $x^y$ ,  $\sqrt[3]{10}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $\bar{z}$ ,  $|z|$ ,  $\int_a^b 2x \, dx$

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka
- 3 Symbolické výrazy
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů**
- 5 Logické hodnoty a predikáty
- 6 Speciální operátory

## Vyhodnocovací proces

Číslo  $\frac{1}{4}$  je hodnotou symbolického výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ .

# Vyhodnocovací proces

Číslo  $\frac{1}{4}$  je hodnotou symbolického výrazu  $(/ (- 5 3) (+ 5 3))$ .

Zjednodušený vyhodnocovací proces:

## Vyhodnocení výrazu $E$

Je-li  $E$  symbol, výsledkem je hodnota symbolu  $E$ .

Je-li  $E$  jiný atom než symbol, výsledkem je  $E$ .

Je-li  $E$  seznam s operátorem  $o$  a dalšími výrazy  $a_1 \dots a_n$ , pak  $o$  musí být symbol a

- 1 zjistí se funkce  $f$ , kterou operátor  $o$  označuje,
- 2 zjistí se hodnoty  $v_1 \dots v_n$  výrazů  $a_1 \dots a_n$  (opět vyhodnocovacím procesem).
- 3 Výsledkem je výsledek aplikace funkce  $f$  na hodnoty  $v_1 \dots v_n$ .

## Hodnota symbolu

Symbol: **jméno** hodnoty. Například:

```
> pi  
3.141592653589793D0
```

Hodnotou symbolu pi je číslo 3.141592653589793D0.

# Hodnota symbolu

Symbol: **jméno** hodnoty. Například:

```
> pi  
3.141592653589793D0
```

Hodnotou symbolu `pi` je číslo 3.141592653589793D0.

- `pi` je proměnná (variable).
- Symbol `pi` je na hodnotu **navázán**.

## Hodnota symbolu

Symbol: **jméno** hodnoty. Například:

```
> pi  
3.141592653589793D0
```

Hodnotou symbolu `pi` je číslo 3.141592653589793D0.

- `pi` je proměnná (variable).
- Symbol `pi` je na hodnotu **navázán**.

Symbol `r` nemá hodnotu.



# Funkce

- funkce: ucelená část programu obsahující výpočet
- název funkce
- argumenty aplikace funkce
- aplikace funkce

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$



## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

Vyhodnocení výrazu  $3$

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

Vyhodnocení výrazu  $3$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $3$

## Vyhodnocovací proces: příklad

Vyhodnocení výrazu  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$

Je to složený výraz, jeho operátor  $/$  označuje funkci dělení.

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $( - 5 3 )$

Je to složený výraz, operátor  $-$  označuje funkci rozdílu:

Vyhodnotí se další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo 5

Vyhodnocení výrazu  $3$

Je to číslo, výsledkem je číslo 3

Výsledkem je výsledek aplikace funkce  $-$  na argumenty 5 a 3, tedy 2

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

Vyhodnocení výrazu  $(+ 5 3)$

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

Vyhodnocení výrazu  $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

Vyhodnocení výrazu  $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání  
pak se vyhodnotí další výrazy:

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

Vyhodnocení výrazu  $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání  
pak se vyhodnotí další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$



## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

### Vyhodnocení výrazu $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání

pak se vyhodnotí další výrazy:

### Vyhodnocení výrazu $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

Vyhodnocení výrazu  $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání

pak se vyhodnotí další výrazy:

Vyhodnocení výrazu  $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

Vyhodnocení výrazu  $3$

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

### Vyhodnocení výrazu $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání

pak se vyhodnotí další výrazy:

### Vyhodnocení výrazu $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

### Vyhodnocení výrazu $3$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $3$

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

### Vyhodnocení výrazu $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání  
pak se vyhodnotí další výrazy:

#### Vyhodnocení výrazu $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

#### Vyhodnocení výrazu $3$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $3$

Výsledkem je aplikace funkce  $+$  na argumenty  $5$  a  $3$ , tedy  $8$

## Vyhodnocovací proces: příklad (pokračování)

(vyhodnocujeme výraz  $( / (- 5 3) (+ 5 3) )$ )

### Vyhodnocení výrazu $(+ 5 3)$

Je to složený výraz, jeho operátor  $+$  označuje funkci sčítání  
pak se vyhodnotí další výrazy:

#### Vyhodnocení výrazu $5$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $5$

#### Vyhodnocení výrazu $3$

Je to číslo, výsledkem je číslo  $3$

Výsledkem je aplikace funkce  $+$  na argumenty  $5$  a  $3$ , tedy  $8$

Výsledkem je aplikace funkce  $/$  na argumenty  $2$  a  $8$ , tedy  $1/4$

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka
- 3 Symbolické výrazy
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů
- 5 Logické hodnoty a predikáty**
- 6 Speciální operátory

# Obsah

- 1 Úvod
- 2 Lisp jako kalkulačka
- 3 Symbolické výrazy
- 4 Vyhodnocování symbolických výrazů
- 5 Logické hodnoty a predikáty
- 6 Speciální operátory**

## Operátory if a bind

Podmíněný výraz je složený výraz s operátorem `if`. Takový výraz musí mít za operátorem tři podvýrazy. Vyhodnocuje se takto:

Vyhodnocení výrazu (`if a b c`)

- 1 Vyhodnotí se `a` na hodnotu `u`.
- 2 Pokud je `u` rovno `NIL`, vyhodnotí se `c` a vrátí jeho hodnota.
- 3 Pokud není, vyhodnotí se `b` a vrátí jeho hodnota.



## Operátory if a bind

**Podmíněný výraz** je složený výraz s operátorem `if`. Takový výraz musí mít za operátorem tři podvýrazy. Vyhodnocuje se takto:

### Vyhodnocení výrazu (`if a b c`)

- 1 Vyhodnotí se `a` na hodnotu `u`.
- 2 Pokud je `u` rovno `NIL`, vyhodnotí se `c` a vrátí jeho hodnota.
- 3 Pokud není, vyhodnotí se `b` a vrátí jeho hodnota.

**Výraz s operátorem bind** musí mít za operátorem dva podvýrazy, z nichž první musí být symbol. Operátor nastaví jeho hodnotu na hodnotu posledního podvýrazu.

### Vyhodnocení výrazu (`bind a b`)

- 1 Vyhodnotí se `b`.
- 2 Hodnota symbolu `a` se nastaví na tuto hodnotu.

Operátor `bind` udělá ze symbolu `a` tak zvanou *proměnnou listeneru* (*Listener Variable*), které se od ostatních proměnných významně liší. Podrobnosti si vysvětlíme později.

## Vyhodnocovací proces (znovu)

## Vyhodnocovací proces (znovu)

### Vyhodnocení výrazu $E$

Je-li  $E$  symbol, výsledkem je hodnota symbolu  $E$ .

Je-li  $E$  jiný atom než symbol, výsledkem je  $E$ .

Je-li  $E$  seznam s operátorem  $o$  a dalšími prvky  $a_1 \dots a_n$ , pak operátor  $o$  musí být symbol a vykoná se následující:

Jestliže  $o$  je speciální operátor, seznam se vyhodnotí podle pravidel tohoto operátoru.

Jinak **1** se zjistí funkce  $f$ , kterou symbol  $o$  označuje,

**2** zjistí se hodnoty  $v_1 \dots v_n$  výrazů  $a_1 \dots a_n$  (opět vyhodnocovacím procesem).

**3** Výsledkem je výsledek aplikace funkce  $f$  na hodnoty  $v_1 \dots v_n$ .