KATEDRA INFORMATIKY
UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
www.inf.upol.cz

Michal Krupka
krupka.inf.upol.cz
michal.krupka@upol.cz
17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

Paradigmata programování 1 ◇ poznámky k přednášce

2. Uživatelské funkce a prostředí

verze z 10. října 2024

1 Uživatelsky definované funkce

Takto můžeme vypočítat obsah trojúhelníka o základně 4 a výšce 3:

```
> (* 1/2 4 3)
6
```

Obsah trojúhelníka o základně 6 a výšce 7 vypočítáme takto:

```
> (* 1/2 6 7)
21
```

Obecně, pokud v proměnných `b` a `h` máme základnu a výšku (*base* a *height*) trojúhelníka, pak jeho obsah můžeme vypočítat takto:

```
> (* 1/2 b h)
```

(Výsledek vyjde v závislosti na hodnotách proměnných `b` a `h`.)

To je použití Listeneru jako kalkulačky: zadáváme mu pouze čísla a základní operace, které s nimi má provádět. Význam výpočtu (tedy že počítáme obsah trojúhelníka) známe my a my také musíme znát jeho správný postup (v tomto případě vzorec na výpočet obsahu trojúhelníka pomocí délek základny a výšky).

Teď bychom chtěli, aby Lisp dělal co nejvíc práce za nás. Aby stačilo říct mu, ať vypočítá obsah trojúhelníka se zadanými délkami základny a výšky:

```
> (triangle-area 4 3)
6
```

Chceme definovat naši vlastní funkci.

Definice funkce

K definování funkce můžeme použít speciální operátor `defun`:

```
(defun triangle-area (b h)
  (* 1/2 b h))
```

Testy:

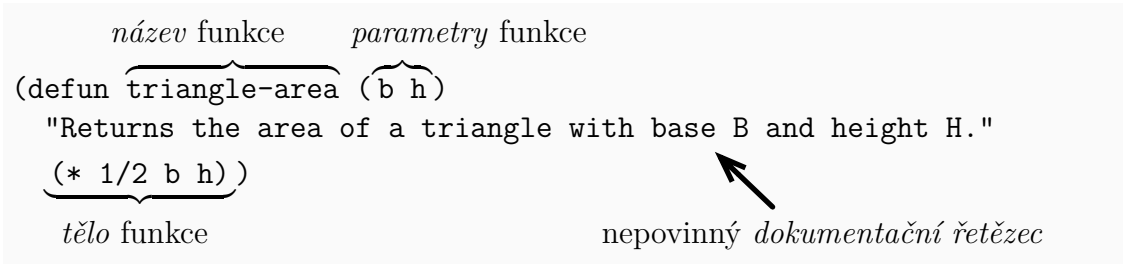
```
> (triangle-area 4 3)
6

> (triangle-area 12 1)
6
```

K definici funkce je možné (a vhodné) přidat i nepovinný text s dokumentací, kterou si pak můžeme snadno přečíst v pomocném okně.

```
(defun triangle-area (b h)
  "Returns the area of a triangle with base B and height H."
  (* 1/2 b h))
```

Abychom definice nových funkcí zachovali i po ukončení *PP Polyglotu*, nebudeme je psát do Listeneru, ale do zdrojového souboru prostřednictvím editoru, který se vám ode dneška bude v aplikaci otvírat. Listener se používá obvykle jen na experimentování a testování. Podrobnosti o práci s editorem se dozvíte na cvičení.

Důležité pojmy:



V operátoru `defun` tedy stanovujeme název, parametry, tělo a nepovinně dokumentační řetězec nové funkce.

Název funkce je libovolný symbol. **Parametry funkce** jsou symboly, **tělo funkce** je libovolný výraz, **dokumentační řetězec** je libovolný řetězec (text v uvozovkách).

Je třeba správně pochopit, čím se parametry funkce liší od hodnot, na které se funkce aplikuje — tedy od argumentů. V jiných programovacích jazycích se parametry nazývají *formální* parametry a pro argumenty se používá název *aktuální parametry*.

Ke každé funkci musí být známy následující informace:

- parametry,
- tělo
- a ještě něco (co to je, zjistíme později).

Dále je třeba, aby k danému symbolu byla známa funkce, jíž je symbol jménem (naopak, k funkci daných parametrů a těla jméno znát nepotřebujeme).

Funkce, které jsme sami definovali, se někdy nazývají *uživatelsky definované* (*uživatelské*) *funkce*, na rozdíl od funkcí *primitivních* (*vestavěných*), které už v Lispu jsou (např. funkce `sqrt`).

Uživatelsky definované funkce v našem Lispu

Na konci textu z minulého týdne je uveden seznam všech vestavěných funkcí našeho Lispu, které pracují s čísly. Seznam je to dost omezený, postupně si budeme další potřebné funkce programovat sami. Některé z nich jsou součástí ukázkového zdrojového kódu z této přednášky, další jsou zadány na konci textu jako cvičení.

Aplikace uživatelsky definované funkce

Na minulé přednášce jsme při popisu vyhodnocovacího procesu nerozebírali, co se děje při aplikaci funkce. Jen jsme řekli, že funkce provede nějaký výpočet a vrátí jeho výsledek. Tak to bude i nadále u funkcí primitivních. U uživatelsky definovaných funkcí je ale třeba přesně vědět, co se při jejich aplikaci stane.

Vyhodnocujeme například

```
> (triangle-area (+ 5 7) (- 4 3))
```

Předpokládejme, že vyhodnocovací proces už došel do momentu, kdy aplikuje funkci `triangle-area` na argumenty 12 a 1. Co se bude dít dál?

1. Zařídí se, aby symbol `b` měl hodnotu `12` a symbol `h` měl hodnotu `1`.
2. Vyhodnotí se tělo funkce.
3. Výsledkem aplikace bude výsledek tohoto vyhodnocení.

2 Funkce jako abstrakce

Programová abstrakce

Nástroj (např. funkce), který je možné použít bez znalosti technických detailů jeho práce. (Víme *co* dělá, nemusíme vědět, *jak*.)

Tedy když například místo

```
(> (* 1/2 11 4) (* 1/2 14 3))
```

napíšeme

```
(> (triangle-area 11 4) (triangle-area 14 3))
```

Výhody programové abstrakce

- v daný moment řešíme méně problémů, na které se tedy lépe soustředíme

  (nemusíme řešit, *jak* se počítá obsah trojúhelníka, což pro nás zrovna není podstatné; stačí použít funkci `triangle-area`)

- zvyšuje se srozumitelnost

  (`(triangle-area 11 4)` je srozumitelnější než `(* 1/2 11 4)`, snadněji pochopíme smysl)

- snadněji se dělají změny

  (pokud se rozhodneme počítat obsah trojúhelníka jiným způsobem, třeba takto: `(/ (* b h) 2.0)`, uděláme změnu jen na jednom místě)

- snižuje se opakování v kódu a tím chybovost

  (nestane se, že bychom zapomněli jednu změnu udělat všude, kde je potřeba)

- zvyšuje se možnost znovupoužitelnosti programu

  (když jsme jednou vyřešili problém výpočtu obsahu trojúhelníka, příště můžeme řešení využít)

3 Vazby

Zajímavá otázka

Definujeme funkci `circle-area`:

```
(defun circle-area (r)
  (* pi r r))
```

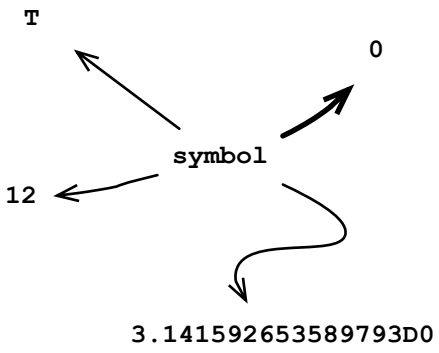
Co bude nyní výsledkem posledního vyhodnocení?

```
> (bind r 0)
0

> (circle-area 10)
314.1592653589793D0

> r
???
```

Samozřejmě by se nám líbilo, kdyby výsledkem bylo `0`. Uvědomte si ale, že dokud nevysvětlíme, jak přesně se při aplikaci funkce `circle-area` nastavuje symbol `r` na hodnotu argumentu, nemůžeme si být jisti, že to nebude `10`. (Třeba kdyby se nastavoval pomocí `bind`.)

Naštěstí hodnota opravdu bude `0` a teď si řekneme, jak je to zařízeno.

Vazby

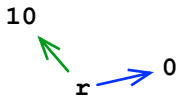


- Každý symbol může mít více *vazeb*.
- Jedna vazba může být *aktuální*. Ta *zastiňuje* ostatní (na obr. tučně).
- Každá vazba má *hodnotu*.
- Hodnotou symbolu je vždy **hodnota jeho aktuální vazby**.

Zpět k zajímavé otázce:

```
> (bind r 0)
0

> (circle-area 10)
314.1592653589793D0

> r
???
```

Symbol `r` má dvě vazby:



V jazyce Lisp je zařízeno, že v těle funkce `circle-area` je aktuální první vazba, v Listeneru druhá. Proto bude poslední hodnota opravdu `0`.

Při aplikaci funkce `circle-area`:

1. se vytvoří nová vazba na symbol `r`,
2. učiní se aktuální (tím zastíní původní vazbu),
3. nastaví se jí hodnota `10`.
4. Vyhodnotí se tělo funkce.
5. Po vyhodnocení vazba přestává být aktuální.

Vazba na symbol `pi` se nevytváří a nenastavuje, aktuální zůstává původní vazba.

4 Prostředí

Teď si povíme přesně, jak je dosaženo, že se vazby při aplikaci funkce chovají, jak bylo ukázáno na příkladech. K tomu budeme potřebovat nový pojem.

Vazby jsou organizovány v *prostředí*. To chápeme jako tabulku, ze které Lisp zjišťuje vazby symbolů a jejich hodnoty. Řádky v tabulce jsou vazby. Například takto si můžeme představit *globální prostředí*, které obsahuje vazby aktuální všude:

Globální prostředí

symbol	hodnota
`pi`	`3.141592653589793D0`
`t`	`t`
`nil`	`nil`
⋮	⋮

A teď důležitá věc. Co se děje s prostředími při aplikaci uživatelské funkce? Například při aplikaci funkce `circle-area` na hodnotu `10` se vytvoří nové prostředí s vazbou na symbol `r`:

Prostředí
funkce `circle-area`

symbol	hodnota
`r`	`10`

To ale nestačí, protože v těle funkce se potřebuje i vazba z globálního prostředí (symbol `pi`). Proto se zavádí *předek prostředí*.

Globální prostředí

symbol	hodnota
`pi`	`3.141592653589793D0`
⋮	⋮

Prostředí
funkce `circle-area`

symbol	hodnota
`r`	`10`

Globální prostředí je **předkem** prostředí funkce `circle-area`. Každé prostředí kromě globálního má předka.

Dalším zvláštním prostředím je **prostředí Listeneru**. V něm jsou uloženy vazby vytvořené operátorem `bind` a jeho předkem je také globální prostředí.

Vyhodnocením

```
> (bind r 0)
0
```

se do prostředí Listeneru přidá nová vazba na symbol `r` (pokud tam už nebyla):

Globální prostředí

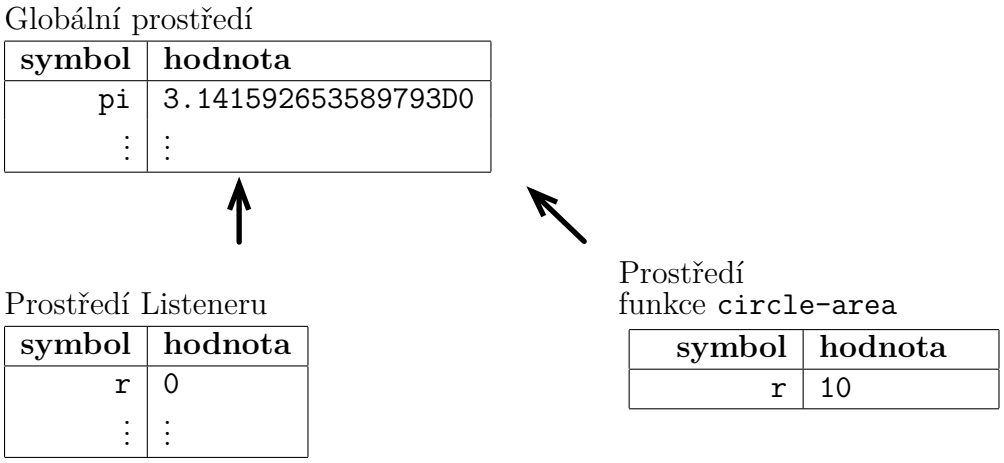
symbol	hodnota
`pi`	`3.141592653589793D0`
⋮	⋮

Prostředí Listeneru

symbol	hodnota
`r`	`0`
⋮	⋮

V Listeneru má tedy proměnná `r` hodnotu `0` a své hodnoty mají i proměnné globálního prostředí.

Celkový obrázek:



Speciální operátor `bind` (znovu)

Teď si můžeme přesněji popsat, jak pracuje speciální operátor `bind`. Výraz s operátorem `bind` musí mít dva argumenty.

Vyhodnocení výrazu (`bind` *a b*) v Listeneru

1. Vyhodnotí se *b*.
2. Pokud v prostředí Listeneru neexistuje vazba na symbol *a*, vytvoří se.
3. Získaná hodnota výrazu *b* se učiní hodnotou vazby symbolu *a* v prostředí Listeneru.

Znovu o vyhodnocování

Je jasné, že výsledek vyhodnocení výrazu závisí na aktuálním prostředí. Proto musíme vylepšit pojetí vyhodnocovacího procesu, se kterým jsme se seznámili minule. Pokud se vyhodnocuje výraz, dělá se to vždy v nějakém prostředí. Správný pojem vyhodnocení je tedy **vyhodnocení výrazu v prostředí**.

Aktuální prostředí je prostředí, ve kterém je výraz vyhodnocován.

Vyhodnocování složeného výrazu v daném prostředí probíhá tak, jak jsme ho už popsali. Jediné upřesnění se týká vyhodnocování jeho podvýrazů: to probíhá vždy ve stejném prostředí, jako vyhodnocování původního složeného výrazu. **Pokud není uvedeno jinak**. (Poslední poznámka se týká např. speciálního operátoru `let`, který si ukážeme za chvíli.)

Větší změna je u vyhodnocování symbolů:

Vyhodnocování symbolu

Při vyhodnocování symbolu se nejprve hledá jeho vazba v aktuálním prostředí. Pokud je nalezena, hodnotou symbolu je hodnota vazby. Pokud není nalezena, vazba se hledá v předkovi aktuálního prostředí. Tak se pokračuje tak dlouho, dokud se neskončí v globálním prostředí. Pokud ani tam není vazba nalezena, dojde k chybě.

Přesnější popis toho, co se děje při aplikaci uživatelské funkce:

Aplikace uživatelské funkce

Při aplikaci uživatelské funkce se vytvoří nové prostředí s vazbami parametrů na argumenty. Předkem tohoto prostředí se stane globální prostředí (toto později zobecníme). V tomto prostředí se pak vyhodnotí tělo funkce. Nové prostředí se vytváří při každé aplikaci znovu.

5 Vytváření prostředí operátorem `let`

Pomocí speciálního operátoru `let` můžeme explicitně vytvářet nová prostředí. Jeho význam je intuitivně jasný z příkladu:

```
> (let ((a 2)
        (b (+ 1 2)))
    (* a b))
6
```

`let`: terminologie

```
          popis prostředí
(let ((a 2)  (b (+ 1 2)) ))
    popis vazby  popis vazby
  (* a b) )
    tělo
```

Popis prostředí Seznam libovolné délky. Jeho prvky jsou *popisy vazeb*.

Popis vazby Dvouprvkový seznam. Na prvním místě má symbol, na druhém libovolný výraz.

Tělo Libovolný výraz.

`let`: vyhodnocení

1. V aktuálním prostředí se vyhodnotí všechny druhé položky popisů vazeb.
2. Vytvoří se nové prostředí a v něm vazby tak, že každá první položka popisu vazby (která musí být symbolem) se naváže na hodnotu druhé položky.

3. Předkem nového prostředí se učiní aktuální prostředí.
4. Tělo se vyhodnotí v tomto novém prostředí. Výsledek se vrátí jako hodnota celého výrazu.

Pomocí operátoru `let` lze snadno demonstrovat překrývání vazeb, o kterém jsme mluvili dříve. Pro prostředí funkce:

```
(defun let-test (x)
  (let ((x 5))
    x))
```

```
> (let-test 5)
5

> (let-test 6)
5
```

A pro prostředí dvou operátorů `let`:

```
> (let ((x 2))
    (* x (let ((x 3)) x)))
6
```

Nové symboly

speciální operátory: `defun`, `let`

Otázky a úkoly na cvičení

Většinu funkcí tohoto a dalších cvičení budeme v budoucnu potřebovat. Pokud je nenapíšete nebo nenapíšete správně, budou vám pak chybět. Pro budoucí potřebu je také vhodné psát dokumentační řetězce.

1. Uvažme funkci `my-if` definovanou takto:

```
(defun my-if (a b c)
  (if a b c))
```

Je nějaký rozdíl mezi použitím této funkce a speciálního operátoru `if`?

2. Pomocí funkcí ze zdrojového kódu k přednášce napište funkci `<=`. *(do jazyka)*

3. Pomocí funkce `div` ze zdrojového kódu k přednášce napište funkci `rem` na výpočet zbytku po dělení:

```
> (rem 14 4)
2
```

   (do jazyka)

4. Pomocí funkcí `expt`, `div` a `rem` napište funkci `digit`, která vrátí cifru zadaného nezáporného celého čísla na dané pozici. Jednotky jsou na pozici 0:

```
> (digit 123 0)
3

> (digit 123 2)
1

> (digit 123 100)
0
```

   (do jazyka)

5. Napište funkci `power2` na výpočet druhé mocniny zadaného čísla:

```
CL-USER 9 > (power2 5)
25

CL-USER 10 > (power2 -6)
36
```

   (do jazyka)

6. Napište funkce `power3`, `power4`, `power5` na další mocniny.

7. Napište funkci `hypotenuse`, která z délek odvěsen pravoúhlého trojúhelníka vypočítá délku přepony:

```
 > (hypotenuse 3 4)
5
```

8. Definujte predikát `minusp`, který vrátí *Pravdu*, když je jeho argument záporný, a jinak vrátí *Nepravdu*. *(do jazyka)*

9. Napište funkci `abs`, která vypočítá absolutní hodnotu zadaného čísla:

```
> (abs 2)
2

> (abs -3)
3
```

(do jazyka)

10. Napište funkci `min` (resp. `max`), které ze zadaných dvou čísel vrátí to menší (resp. větší). *(do jazyka)*

11. Bod v rovině můžeme zadat pomocí dvou kartézských souřadnic. V tomto a některých dalších příkladech budeme pro x-ovou a y-ovou souřadnici bodu používat symboly stejného názvu, jen odlišené koncovkami „`-x`“ a „`-y`“. Například symboly `A-x` a `A-y` by označovaly x-ovou a y-ovou souřadnici téhož bodu. (Lisp nerozlišuje velká a malá písmena v symbolech, takže `a-x` a `a-y` označují totéž, ale méně srozumitelně, protože body je zvykem značit velkými písmeny.)

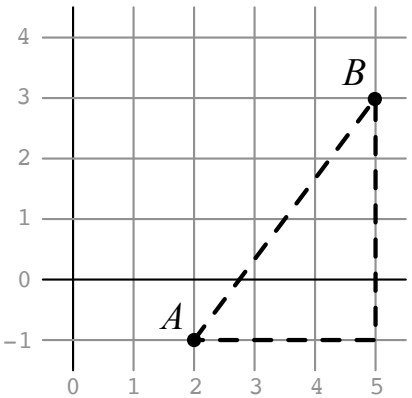
    Víme, že vzdálenost bodů v rovině můžeme vypočítat pomocí Pythagorovy věty. Následující funkce to dělá:

```
(defun point-distance (A-x A-y B-x B-y)
  (let ((x-leg (- A-x B-x))
        (y-leg (- A-y B-y)))
    (sqrt (+ (* x-leg x-leg) (* y-leg y-leg)))))
```

    (Slovo *leg* se v angličtině používá pro odvěsnu.) Takto například vypočítáme vzdálenost bodu A o souřadnicích $[2, -1]$ a bodu B o souřadnicích $[5, 3]$:

```
 > (point-distance 2 -1 5 3)
5.0
```

    Na obrázku:



Vadou této funkce ovšem je, že nepoužívá už napsanou funkci `hypotenuse`. Napravte to.

12. Pokud čísla a, b, c jsou délkami stran trojúhelníka, pak splňují *trojúhelníkové nerovnosti*

$$a + b > c,$$
$$b + c > a,$$
$$c + a > b.$$

Naopak, pokud kladná čísla a, b, c splňují tyto nerovnosti, pak mohou být délkami stran trojúhelníka.

Napište funkci `trianglep`, která vrátí logickou hodnotu „zadaná tři čísla mohou být délkami stran trojúhelníka“:

```
> (trianglep 1 1 1)
T

> (trianglep 3 2 1)
NIL

> (trianglep 2 3 4)
T
```

Snažte se funkci napsat co nejjednodušeji. Neváhejte použít operátor `let` nebo pomocné funkce, pokud se tím výsledek zjednoduší (například abyste se vyhnuli opakovanému psaní téhož). Také používejte funkce, které jste už dříve napsali. Tohle pravidlo platí obecně pro cokoliv, co budete kdy programovat.

13. Obsah trojúhelníka o stranách délek a, b, c lze vypočítat pomocí *Heronova vzorce*:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

kde

$$s = \frac{a+b+c}{2}.$$

Napište funkci `heron` se třemi parametry, která pomocí Heronova vzorce vypočítá obsah trojúhelníka zadaného délkami stran.

14. Napište funkci `heron-cart`, která pomocí Heronova vzorce vypočítá obsah trojúhelníka zadaného body v kartézských souřadnicích. Například

```
> (heron-cart 2 -1 5 -1 5 3)
6
```

vypočítá obsah trojúhelníka z předchozího obrázku. (Parametry pojmenujte `A-x`, `A-y`, `B-x`, `B-y`, `C-x`, `C-y`.)